# 應用結構地震反應記錄之系統識別

林其璋　高雍超　李增欽

國立中興大學土木工程研究所　國立聯合工專建築工程科

## 摘　要

台灣地區位處環太平洋地震帶上，歷年來有多次災害性的地震發生，造成相當大的生命財產損失。近年來各都會區人口密度大幅增加，高樓建築、集合住宅如雨後春筍般興建，相對地提高了地震災害之潛在危險。因此了解台灣地區地震特性，各式結構物之動態特性，進而設計建造具有足夠耐震能力之新結構物與評估現存結構物之耐震能力並研究補強之道，實為刻不容緩之事。

交通部中央氣象局自民國八十年七月起，分別於全省選擇自由場及結構物安裝強震儀，以加強對臺灣地區之強地動觀測。本文為應用隨機遞減法 (Random Decrement Method)化簡模擬及模型建築結構物強震儀陣列所量測地震或一般微振反應資料，進而依亞伯拉罕時域模態參數識別法 (Ibrahim Time-Domain Modal Parameter Identification Technique)計算結構物之模態頻率、阻尼比以及振態，並評估其動態反應，以建立建築結構物之動力分析模式。國內外依實測地震資料進行結構系統識別、破壞診斷與補強，已有多年研究，顯示理論分析配合實測驗證已獲共識與重視，這將對結構防震研究有莫大的助益。本文研究結果顯示，即使少量量測而且量測噪音訊號比達30%，應用本法仍可準確地測定結構之主要模態參數以及振動反應。

## 一、隨機遞減法

傳統系統識別方法，需要量測輸入外力及所引致之結構反應以求取結構模式參數，比較計算與量測反應之差異進一步修飾結構模式，準確的結構模式可用於該結構未來之動力分析、振動控制與損壞評估。然真實結構系統十分複雜，輸入外力往往定義不準或量測不到，因此若能僅量測結構振動反應而求出結構模式參數或動態特性則較為實際可行，隨機遞減法即為此種系統參數識別技巧之一。

隨機遞減法於1971年由 Henry A. Cole所發展以監測機器或航太結構之振動及損壞評估。本文應用此法，化簡量測之結構地震反應，以得到量測位址結構之自由振動反應曲線，進而依亞伯拉罕時域參數識別法計算結構之模態頻率、阻尼比和振態。

考慮某結構系統受外力 f(t)作用，其反應模擬為 m個模態之組合，運動方程式寫成

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = f(t) \tag{1}$$

其中M、C、K分別表示結構(m x m)階質量、阻尼以及勁度矩陣。假設f(t)為零平均值之穩定隨機外力(Stationary Random Excitation)，則 y(t)代表隨機振動反應，如圖(1.a)所

示為某位址量測到之振動反應，若經過以下步驟，可得到一簡單的曲線：

(1). 選定一固定反應值 ys ，使得 y(t) 在時間為 t1 ， t2 ， ....， tn 等時段通過 ys 值，且其斜率正負相間；同時定義另一訊號

$$y_0(t) = y(t) - y_s \tag{2}$$

(2). 依據所考慮之頻率寬帶(Frequency Bandwidth)，訂定截取訊號的歷時 td ，此 td 值最好為該頻率寬帶最長週期的五倍左右，以使最後萃取訊號能明顯的表示結構之動態特性；

(3). 由 t1 開始依序截取 td 時間長之量測訊號，相繼累加 N次而產生歷時曲線 $\delta(\tau)$

$$\delta(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y(t_i+\tau); \quad 0<\tau<t_d \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned} y(t_i) &= y_s & i &= 1,\ 2,\ 3, \ldots \\ \dot{y}(t_i) &\geq 0 & i &= 1,\ 3,\ 5, \ldots \\ \dot{y}(t_i) &\leq 0 & i &= 2,\ 4,\ 6, \ldots \end{aligned}$$

圖(1.b)表示相鄰兩段訊號疊加的情形。同時，$\delta(\tau)$滿足

$$M\ddot{\delta}(\tau) + C\dot{\delta}(\tau) + K\delta(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(t_i+\tau) \tag{4}$$

由於 f(t)為具零平均值之穩定隨機過程，因此

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(t_i+\tau) = 0 \tag{5}$$

由公式(4)和(5)可知 $\delta(\tau)$代表自然衰減(Free-Decay)之振動反應。當疊加訊號超過 500 次(N ≧ 500)，可得到一穩定特徵曲線，稱隨機遞減特徵曲線(Random Decrement Signature)，如圖(1.c)所示。

依上述步驟之所以能得到一穩定不變特徵曲線，乃由於量測到的振動反應可以分解成三部份，分別由初始位移、初始速度引起之自由振動反應以及由隨機外力所引起的強迫振動反應。隨著疊加次數的增加，因初始速度引起的自由振動反應將由於相鄰兩段疊加截取訊號之起始斜率大小相似，正負相反而相抵消，而強迫振動反應也因外力為零平均值之隨機過程，其疊加結果亦變為零。因此 $\delta(\tau)$即為初始位移，ys ，所引起的自由振動反應，其大小不因外力f(t)之變化而改變。依此我們便能以傳統的系統識別法，如亞伯拉罕時域參數識別法，求得結構動態特性。

## 二、亞伯拉罕時域參數識別法

如上節所述，$\delta(t)$為滿足公式(4)和(5)之自由振動反應。在測站 l時間 tj之反應值寫成

$$\delta_l(t_j) = x_{lj} = \sum_{k=1}^{2m} \psi_{lk} e^{\lambda_k t_j} \tag{6}$$

其中$\psi_{lk}$和$\lambda_k$分別表示第 k 複數模態與特徵值，已知特徵值則模態頻率$\omega_k$ 及模態阻尼比$\xi_k$ 分別表示為

$$\omega_k = |\lambda_k| \quad ; \quad \xi_k = -Re(\lambda_k)/\omega_k \tag{7}$$

假若於 n個測站量取振動反應，依隨機遞減法步驟萃取自由振動反應並考慮摘取訊號至時間$t_s$。若欲求取m個模態特性（其複數模態矩陣之大小為2m×2m），採用既有量測反應(n≧m)或應用時間平移技巧(n<m)，製造m個虛擬量測反應(Pseudo Measurement)，依公式(6)且以矩陣形式表示，得到

$$X = b\Psi\Lambda \tag{8}$$

其中X為 (2m×s) 反應矩陣(Response Matrix)，$\Psi$表示 (2m×2m) 之複數模態矩陣，$\Lambda$為(2m×s)矩陣其元素值 $\Lambda_{ij}=e^{\lambda_i t_j}$。

同樣地，於相同測站但時間由($t_j+\Delta t$)開始至($t_s+\Delta t$)之反應矩陣表示為

$$\hat{X} = \hat{\Psi}\Lambda \tag{9}$$

公式(9)中矩陣之元素值

$$\hat{x}_{lj} = \sum_{k=1}^{2m} \hat{\psi}_{lk} e^{\lambda_k t_j} \quad ; \quad \hat{\psi}_{lk} = \psi_{lk} e^{\lambda_k \Delta t} \tag{10}$$

化簡公式(8)，(9)消去$\Lambda$，得到兩不同時間反應矩陣之關係式

$$\hat{X} = \hat{\Psi}\Psi^{-1}X = AX \tag{11}$$

以及

$$A\Psi = \alpha\Psi \tag{12}$$

公式(11)中A為(2m x 2m)之系統矩陣(System Matrix)，公式(12)為一標準的特徵值問題(Eigenvalue Problem)表示式，可依傳統方法計算複數模態矩陣$\Psi$ 以及特徵值矩陣$\alpha$，其中$\alpha$為對角線矩陣其元素 $\alpha_k=e^{\lambda_k \Delta t}$ 。令 $\alpha_k=\beta_k+j\gamma_k$，$\lambda_k=a_k+jb_k$，($j=\sqrt{-1}$)，則

$$a_k = \frac{1}{\Delta t} tan^{-1}(\frac{\gamma_k}{\beta_k}) \tag{13}$$

$$b_k = \frac{1}{2\Delta t} ln(\beta_k^2 + \gamma_k^2) \tag{14}$$

求得第k模態特徵值$\lambda_k$後，再依公式(7)計算第 k模態頻率與阻尼比。

綜合以上推導可知，本結構系統參數識別法為依據量測反應，由公式(11)計算系統矩陣A，進而求得結構之模態頻率、阻尼比及振態。由於X以及$\hat{X}$均為(2m x s)之矩形矩陣，因此必須應用單最小二乘法(Single Least-Square Method)計算

$$A = (\hat{X}X^T)(XX^T)^{-1} \tag{15}$$

或者依雙最小二乘法(Double Least-Square Method)求得

$$A = 1/2\left[(\hat{X}X^T)(XX^T)^{-1} + (\hat{X}\hat{X}^T)(X\hat{X}^T)^{-1}\right] \tag{16}$$

一般而言，應用公式(16)可以減少識別誤差。

## 三、實例驗証

量測噪音 — 現場從事結構反應量測時，外界環境之干擾常使得所測到的訊號除了結構主體受到外力擾動時所產生的振動反應外，往往還包含了一些多頻的雜訊或噪音(Noise)。此類雜訊依其特性及來源不同大致可分為兩種：(1)、加噪音(Additive Noise) -- 由於量測期間現場其他振源所產生之振動，這些噪音可假設與真實外力造成振動反應訊號不相關；(2)、乘噪音(Multiplicative Noise) -- 因量測儀器之不確定性所造成，此類噪音之大小與真實振動反應訊號大小成正比。不論何種噪音，噪音之大小可定義噪音對訊號比(Noise-to-Signal Ratio, NSR)

$$NSR = \frac{\sigma N}{\sigma y} \tag{17}$$

來表示，其中$\sigma N$和$\sigma y$分別代表雜訊以及振動反應訊號之均方根值。雜訊之模擬為給予NSR值，且假設其平均值為零，則含雜訊之量測訊號表示為

$$y_a(t) = y(t) + N_a(t) \tag{18}$$

$$y_m(t) = y(t) \times N_m(t) \tag{19}$$

其中，$Na(t)$和$Nm(t)$分別為一平均值為0和1且標準差為 $\sigma N$之白噪音散漫過程；$ya(t)$及$ym(t)$則分別代表含加噪音和乘噪音之振動反應訊號。不論何種雜訊，均將對識別參數之準確性造成影響。

實例結果 — 為驗証本結構參數系統識別方法之可行性與準確度，本文將以六層樓結構受模擬微擾動以及五層樓模型結構於振動臺上受實際地震力作用為例，探討量測反應在有、無噪音干擾下，結構模態頻率、阻尼比和振態之識別以及振動反應之評估。初步結果顯示，噪音對模態阻尼比之識別精確度影響最大，尤其對於高模態阻尼比會產生較大的誤差，但是對於模態頻率及振態之識別影響不大。而且，乘噪音比加噪音之影響較為嚴重，因此保持量測儀器之精確度以及降低人為誤差十分重要。同時本文研究結果亦顯示，即使少量量測而且量測噪音訊號比達30%，應用本法仍可準確地測定結構之主要模態參數以及振動反應。

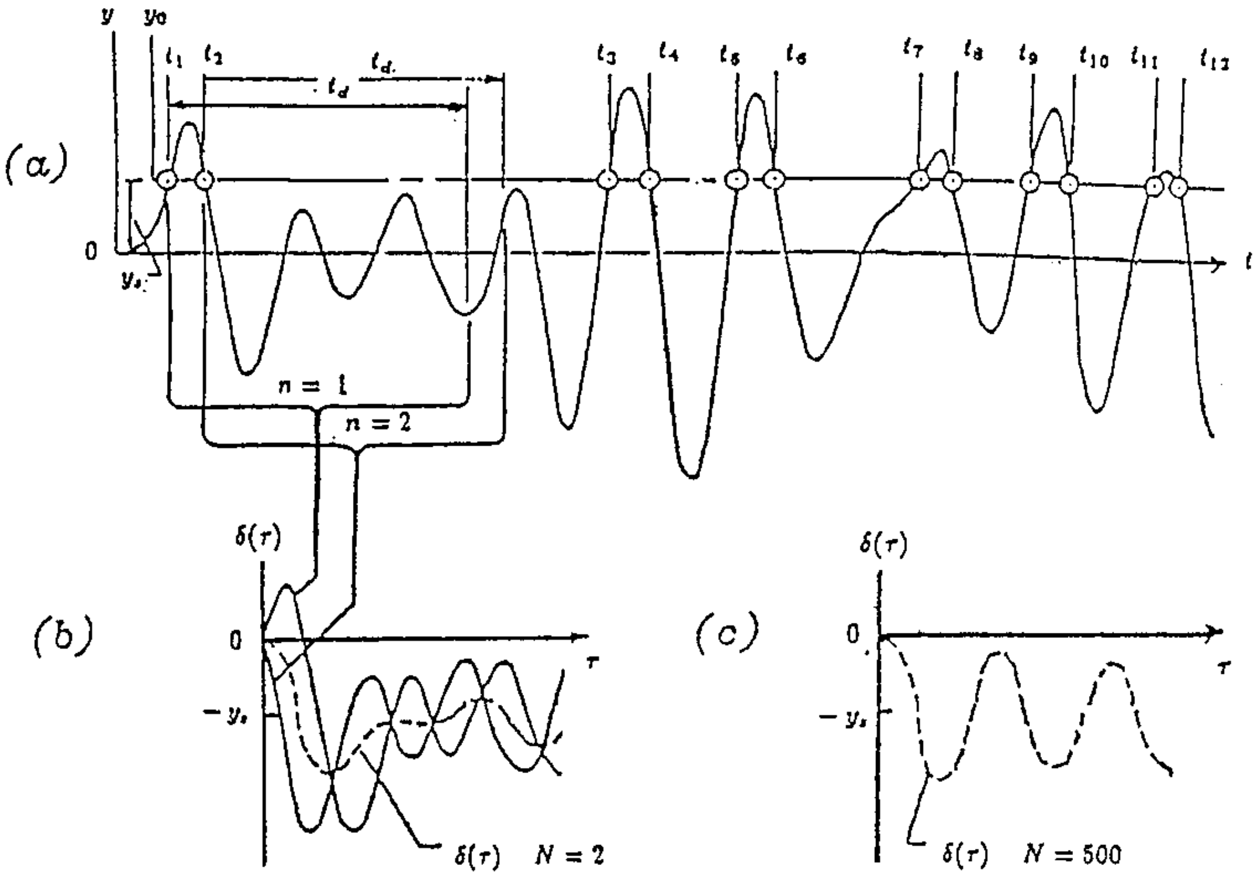


圖 1 隨機遞減特徵曲線萃取過程